УДК 621.31:62-53

Я. Ю. Марущак, д-р техн наук,
Б. Л. Копчак, канд. техн. наук

ДРОБОВІ СТАНДАРТНІ ФОРМИ ДЛЯ СИНТЕЗУ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

Анотація. *Проведено аналіз дробових стандартних форм Баттерворта і біноміальної у середовищі MATLAB. На основі отриманих перехідних функцій і частотних характеристик розроблені рекомендації щодо можливості їх застосування для синтезу контурів електромеханічних систем за бажаними параметрами динамічних характеристик.*

Ключові слова: *стандартні форми, біноміальна, Баттерворта, ланки дробового порядку, синтез*

Y. Y. Marushchak, ScD.,
B. Kopchak, PhD.

FRACTIONAL STANDARD FORMS FOR SYNTHESIS OF ELECTROMECHANICAL SYSTEMS

Abstract. *The analysis of fractional standard forms of Butterworth and of a binomial one using MATLAB has been carried out. Based on the transient functions and frequency characteristics, the recommendations have been made on the possibility of their usage for the synthesis of circuits of electromechanical systems with desired dynamic performance parameters.*

Keywords: *standard forms, binomial, Butterworth, fractional order links, synthesis*

Я. Ю. Марущак, д-р техн наук,
Б. Л. Копчак, канд. техн. наук

ДРОБНЫЕ СТАНДАРТНЫЕ ФОРМЫ ДЛЯ СИНТЕЗА ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Аннотация. *Проведен анализ дробных стандартных форм Баттерворта и биномиальной в среде MATLAB. На основе полученных переходных функций и частотных характеристик разработаны рекомендации по возможности их применения для синтеза контуров электромеханических систем с желаемыми параметрами динамических характеристик.*

Ключевые слова: *стандартные формы, биномиальная, Баттерворта, звенья дробного порядка, синтез*

Синтез електромеханічних систем (ЕМС) кореневими методами широко використовує стандартні форми розподілу полюсів на комплексній площині. За умови представлення ЕМС передавальною функцією без нулів динамічні процеси в ній повністю визначаються виразом характеристичного полінома $H(s)$. Якщо за результатом синтезу забезпечується трансформування $H(s)$ у характеристичний поліном відповідно до вибраної стандартної форми $H_{ст}(s)$, то динамічні процеси в такій ЕМС відповідатимуть бажаній стандартній формі. Стосовно систем, які описуються цілочисельними характеристичними поліномами, завжди можна вибрати бажаний характеристичний поліном цілого порядку. Кількість таких $H_{ст}(s)$ є значною і їх аналіз детально розглянуто в [5, 6]. Для ЕМС найчастіше вибирають стандартні біноміальні форми та стандартні форми Баттерворта цілого порядку n. Їх вирази наведені в [3, 5, 6, 8]. Серед різноманітних ЕМС можуть бути системи, які описуються характеристичними поліномами дробового порядку q [1, 2, 7, 9, l0]. Синтез регуляторів для таких систем здійснюється на основі забезпечення заданих параметрів логарифмічних амплітудно-частотних (ЛАЧХ) і фазочастотних (ЛФЧХ) характеристик [4].

© Марущак Я.Ю., Копчак Б.Л., 2014

За результатом синтезу будуються перехідні функції, які відображають реальні динамічні процеси в системі.

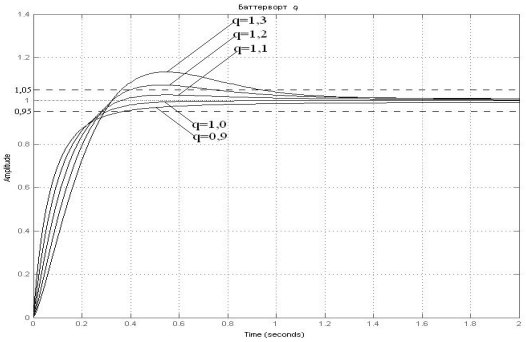
Можна підійти до синтезу ЕМС дробового порядку аналогічно, як це робиться в кореневих методах за умови, що бажаний характеристичний поліном $H_{баж}(s)$ дробового порядку описується якимось виразом, для котрого відомі перехідні функції. Цей бажаний характеристичний поліном можна назвати за аналогією з цілочисельними, стандартним, хоча він не відображає розміщення полюсів на комплексній площині. Це пов'язано з тим, що значення полюсів для систем дробового порядку не є інформативними. Наприклад, виходячи з виразу $H(s)=(s+\omega_0)^q$, випливає, що полюс $s_i=-\omega_0$, тобто це те саме, що для q=1;2;3... Очевидно, що в дійсності мова йде про системи з різними динамічними властивостями, а значення полюсів в обох випадках є однаковими. У той же час, перехідні функції побудовані для обох систем будуть різними так само, як і будуть різними їх ЛАЧХ і ЛФЧХ.

Тому під стандартними формами дробового порядку розумітимемо наперед відомі перехідні функції, які описуються відповідними виразами $H_{баж}(s)$ дробового порядку q за умови відсутності нулів передавальної функції таких ЕМС. Отже під час синтезу сис-

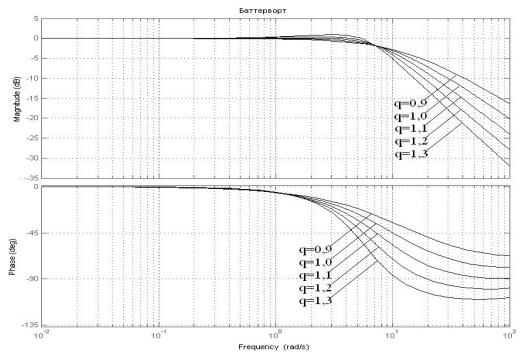
теми дробового порядку серед перехідних функцій можна вибрати бажану і записати для неї вираз $H_{баж}(s)$ дробового порядку. Крім цього, $H_{баж}(s)$ можна використати для синтезу регуляторів ЕМС, в яких об'єкт регулювання описується $H(s)$ цілого порядку, а метою синтезу є надання системі динамічних властивостей, які описуються $H_{баж}(s)$ дробового порядку. Очевидно, що тоді отримається регулятор дробового порядку. Виходячи з вигляду виразів $H_{баж}(s)$, схожих до стандартних біноміальної та Баттерворта форм, для випадку $H_{баж1}(s)=(s+\omega_0)^q$ і $H_{баж2}(s)=s^q+\omega_0$, назвемо за аналогією $H_{баж1}(s)= H_{бін}(s)$ – стандартною біноміальною формою дробового порядку, $H_{баж2}(s)= H_{Бат}(s)$ – стандартною формою Баттерворта дробового порядку (тут ω_0 – бажана частота зрізу ЛАЧХ).

Метою даної роботи є формування та аналіз дробових стандартних форм, а також рекомендації щодо їх використання для синтезу регуляторів.

Нами розглядається можливість застосування дробових варіантів стандартної форми, як еталонних при оптимізації контурів САК. У середовищі MATLAB отримані перехідні функції, а також ЛАЧХ і ЛФЧХ характеристики, які відповідають $H_{Бат}(s)$ для q =0,1÷1,9, якщо $\omega_{ос}$ = 1; 10; 100 [c^{-1}]. Параметри перехідних функцій наведені в табл.1. На рис.1. показана частина цих досліджень для q =0,9 ÷ 1,3, які можуть бути рекомендовані для вибору бажаних динамічних характеристик ЕМС. При q>1,3 перерегулювання значно перевищує «технічний оптимум», а при q=0,1÷0,8 – перехідний процес надто «затягнутий».



а



б

Рис.1. Перехідні функції (а), ЛАЧХ і ЛФЧХ (б), які відповідають $H_{Бат}(s)$ для q =1,0÷1,3 якщо $\omega_{ос}$ = 10c^{-1}.

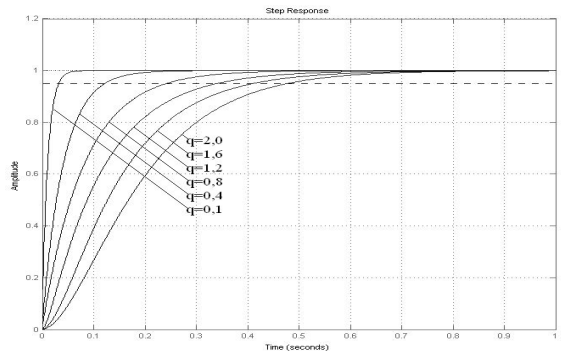
Порівняльний аналіз здійснений за основними параметрами перехідних функцій: δ – перегулювання, $t_{0.95}$ – час першого досягнення усталеного значення, t_{per} – час останнього входження в 5% зону.

Розглянемо біноміальну стандартну форму дробового порядку представлену виразом $H_{бін}(s)$. Нами отримані у середовищі MATLAB перехідні функції, а також ЛФЧХ і ЛФЧХ характеристики, які відповідають $H(s)$ для q =0,1 ÷ 2, при $\omega_{ос}$ = 1;10;100 [c^{-1}].

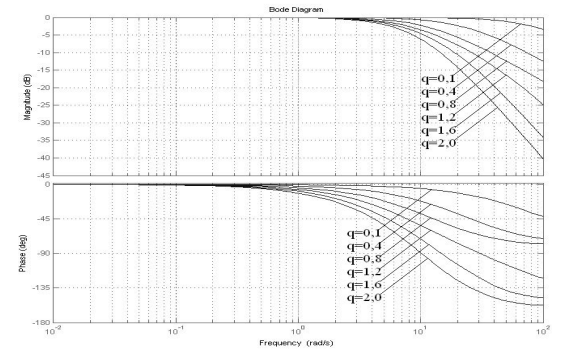
1. Параметри перехідних функцій стандартної форми Баттерворта дробового порядку

$H_{ст}(s)$	q	$\omega_{ос}$, c^{-1}	δ, %	$t_{0.95}$, c	t_{per}, c
$s^q + \omega_{ос}$	0,1	10	-	>20	>20
	0,2	10	-	12	12
	0,3	10	-	3,71	3,71
	0,4	10	-	1,96	1,96
	0,5	10	-	1,27	1,27
	0,6	10	-	0,89	0,89
	0,7	10	-	0,655	0,655
	0,8	10	-	0,485	0,485
	0,9	10	-	0,365	0,365
	1,0	10	0	0,3	0,3
	1,1	10	2,7	0,28	0,28
	1,2	10	7,3	0,28	0,75
	1,3	10	13,3	0,29	0,94
	1,4	10	20,7	0,3	1,04
	1,5	10	29,5	0,33	1,11
	1,6	10	40,0	0,36	1,77
	1,7	10	51,7	0,385	2,73

Параметри перехідних функцій для $\omega_{ос}$ =10c^{-1} наведені в табл. 2. На рис.2. показана частина цих досліджень q =0,1; 0,4; 0,8; 1,2; 1,6; 2,0., які можуть бути рекомендовані для налаштування контурів ЕМС.



а



б

Рис.2. Перехідні функції (а), ЛАЧХ і ЛФЧХ (б), які відповідають $H_{бін}(s)$ для q =1; 1.2; 1.4; 1.6; 1.8; 2.0

$\omega_{ос} = 10 с^{-1}$

2. Параметри перехідних функцій біноміальної стандартної форми дробового порядку

	q	$\omega_{ос}$,$с^{-1}$	δ, %	$t_{0,95}$, с	$t_{рег}$, с
$(s + \omega_{ос})^q$	0,1	10	0	0,0319	0,0319
	0,2	10	0	0,0619	0,0619
	0,3	10	0	0,0919	0,0919
	0,4	10	0	0,1219	0,1219
	0,5	10	0	0,1519	0,1519
	0,6	10	0	0,1818	0,1818
	0,7	10	0	0,2118	0,2118
	0,8	10	0	0,2418	0,2418
	0,9	10	0	0,2718	0,2718
	1,0	10	0	0,3018	0,3018
	1,1	10	0	0,322	0,322
	1,2	10	0	0,341	0,341
	1,3	10	0	0,359	0,359
	1,4	10	0	0,377	0,377
	1,5	10	0	0,394	0,394
	1,6	10	0	0,4108	0,4108
	1,7	10	0	0,427	0,427
	1,8	10	0	0,444	0,444
	1,9	10	0	0,461	0,461
	2,0	10	0	0,478	0,478

Аналогічно можна провести дослідження для $q>2$.

Висновки

1. Застосування дробових стандартних форм розширює гамму можливих налаштувань дробових регуляторів при синтезі контурів ЕМС і тим самим підвищує ефективність синтезованих систем.

2. На основі отриманих результатів досліджень для налагодження контурів ЕМС можна рекомендувати дробові стандартні форми: Батерворта при $q = 0,9 \div 1,3$ і біноміальні при $q = 0,1 \div 2$.

Список використаної літератури

1. Васильев В. В. Дробное исчисление и аппроксимационные методы в моделировании динамических систем / В. В. Васильев, Л. А. Симак. − К. : НАН Украины, 2008. − 256 с.

2. Бушер В. В. Динамические свойства систем управления с дробным порядком астатизма / В. В. Бушер // Електротехнічні та комп'ютерні системи. – К. : Техніка, 2010. – № 01(77). – С. 13 − 16.

3. Акимов Л. В. Автоматизированные электромеханические системы с модальными регуляторами и наблюдателями состояния / Л. В. Акимов, А. Верма, О. Ю. Глебов, В. Т. Долбня, А. В. Клепиков, В. И. Колотило, Н. Хмад, И. О. Тукалов, С. Чаудхари, В. Н. Шамардина, А. Бендаука. – Харьков : ХГПУ. − 1997. – 90 с.

4. Monje C.A., Chen Y., Vinagre B.M., Xye D., and Feliu V., (2010), Fractional-Order Systems and Controls, New York, *Springer*, 414 p.

5. Бургин Б. Ш. Варианты нормированного характеристического управления двухмассовой электромеханической системы / Б. Ш. Бургин // Электричество. – 1993. – № 8. – С. 42 – 47.

6. Осичев А. В. Стандартные распределения корней в задачах синтеза в электроприводе / А. В.Осичев, В. О. Котляров, В. С. Марков // Труды Междунар. конф. «Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика». – Харьков : Основа. – 1997.– С. 104 – 109.

7. Dzieliński A., Sierociuk D., and Sarwas G., (2010), Some Applications of Fractional Order Calculus, *Bulletin Of Polish Academy Of Sciences*, Warsaw, *Technical Sciences*, Vol. 58 (4), pp. 583 – 592.

8. Марущак Я. Ю. Синтез електромеханічних систем з послідовним та паралельним корегуванням / Я. Ю. Марущак. – Львів : НУ «Львівська політехніка», 2005. – 208 с.

9. Марущак Я. Ю. Регулятори дробового порядку в системах підпорядкованого регулювання напруги автономного асинхронного генератора / Я. Ю. Марущак, Б. Л. Копчак, Л. С. Копчак // Вісник НУЛП «Електроенергетичні та електромеханічні системи». – Львів : НУЛП. – 2013. – № 763. – С. 76 – 80.

10. Марущак Я. Ю. Дослідження системи автоматичного керування напруги автономного асинхронного генератора з регуляторами дробового порядку / Я. Ю. Марущак, Б. Л. Копчак, Л. С. Копчак, В. Б. Цяпа // Електромеханічні та енергозберігаючі системи. Темат. випуск «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика» науково-виробничого журналу. – Кременчук : КрНУ, 2012.– Вип. 3/2012 (19).– С. 405 – 407.

Отримано 03.07.2014

References

1. Vasil'ev V.V., and Simak L.A. Drobnoe ischislenie i approksimatsionnye metody v modelirovanii dinamicheskikh sistem [Fractional Calculus and Approximation Methods for Modeling of Dynamic Systems], (2008), Kiev, Ukraine, *NAN Ukrainy*, 256 p. (In Russian).

2. Busher V.V. Dinamicheskie svoistva sistem upravleniya s drobnym poryadkom astatizma [Dynamic Properties of Control Systems with Fractional Order Astatism], (2010), *Elektrotehnichni and Komp'juterni Systemy*, Kiev, Ukraine, *Tehnika*, No. 01(77), pp. 13 − 16 (In Russian).

3. Akimov L.V., Verma A, Glebov O.Yu., Dolbnya V.T., Klepikov A.V., Kolotilo V.I., Khmad N., Tukalov I.O., Chaudkhari S., Shamardina V.N., and Bendauka A. Avtomatizirovannye elektro-mekhanicheskie sistemy s modal'nymi regulyatorami i nablyudatelyami sostoyaniya [Automated Electro-Mechanical Systems with Modal State Regulators and Observers], (1997), Khar'kov, Ukraine, *KhGPU*, 90 p. (In Russian).

4. Monje C.A., Chen Y., Vinagre B.M., Xye D., and Feliu V., (2010), Fractional-Order Systems and Controls, New York, *Springer*, 414 p. (In English).

5. Burgin B.Sh. Varianty normirovannogo kharakteristicheskogo upravleniya dvukhmassovoi elektromekhanicheskoi sistemy [Dining Normalized Characteristic Control Two-Mass Electromechanical System], (1993),

Elektrichestvo, No. 8, pp. 42 – 47 (In Russian).

6. Osichev A.V., Kotlyarov V.O., and Markov V.S. Standartnye raspredeleniya kornei v zadachakh sinteza v elektroprivode [Standard Distribution of Roots in the Synthesis Problems in the Drive], (1997), *Trudy Mezhdunar. Konf. "Problemy Avtomatizirovannogo Elektroprivoda. Teoriya i Praktika"*, Khar'kov, Ukraine, *Osnova*, pp. 104 – 109 (In Russian).

7. Dzieliński A., Sierociuk D., and Sarwas G. (2010), Some Applications of Fractional Order Calculus, *Bulletin Of Polish Academy of Sciences, Warsaw, Technical Sciences*, Vol. 58 (4), pp. 583 – 592 (In English).

8. Marushchak Ya.Yu. Syntez elektromekhanichnykh system z poslidovnym ta paralel'nym koreguvannyam [Synthesis of Electromechanical Systems with Serial and Parallel Correction], (2005), L'viv, Ukraine, *NU "L'vivs'ka Politekhnika"*, 208 p. (In Ukrainian).

9. Marushchak Ya.Yu., Kopchak B.L., and Kopchak L.S. Regulyatory drobovogo poryadku v systemakh pidporyadkovanogo regulyu-vannya naprugi avtonomnogo asinkhronnogo generatora [Fractional Order Controller in the Framework of Slave Voltage Regulation of Autonomous Induction Generator], (2013), *Visnyk Elektroenergetychni ta Elektromekhanichni Systemy*, L'viv, Ukraine, *NULP*, No.763, pp. 76 – 80 (In Ukrainian).

10. Marushchak Ya.Yu., Kopchak B.L., Kopchak L.S., and Tsyapa V.B. Doslidzhennja systemy avtomatychnogo keruvannja naprugy avtonomnogo asynhronnogo generatora z reguljatoramy drobovogo porjadku [Research of Automatic Voltage Control Autonomous Induction Generator with Fractional Order Controllers], (2012), *Elektromehanichni ta Energozberigajuchi Systemy. Temat. Vypusk "Problemy avtomatyzovanogo Elektropryvoda. Teorija i Praktyka"* Naukovo-vyrobnychogo Zhurnalu, Kremenchuk, Ukraine, *KrNU*, Vip. 3/2012 (19), pp. 405 – 407 (In Ukrainian).

Марущак
Ярослав Юрійович,
д-р техн. наук, проф.
Жешівської політехніки,
м. Жешув, алея Повстанців,
Варшави 12, Польща.
Тел.: 0679160466
E-mail: yamaru@mail.ru,

Копчак
Богдан Любомирович,
докторант, канд. техн. наук, доц. каф. електричних машин і апаратів Нац. ун-ту "Львівська політехніка".
Львів-13, вул. Бандери, 12,
Тел. (032) 258-22-38.
E-mail: kopchak@mail.ru